

0. Introduzione all'UdA

Obiettivi specifici (in forma operativa) perseguiti attraverso l'UdA	<p>Riconoscere le frazioni proprie, improprie, apparenti, equivalenti, complementari e decimali e saper operare con esse.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Riconoscere le frazioni proprie, improprie ed apparenti. • Trasformare le frazioni improprie in numeri misti e viceversa. • Trasformare frazioni in frazioni equivalenti. • Determinare la frazione complementare. • Risolvere problemi con le frazioni.
Destinatari	Allievi di classe quinta scuola primaria
Tempi previsti	4 ore in classe e 2 ore a casa
Materiali necessari	Fotocopie o schede digitali, quaderno, penna, righello, LIM, tablet (se la scuola è dotata)
Accorgimenti per l'inclusione	L'applicazione della strategia visuale del <i>bar modeling</i> aiuta il riconoscimento dei vari tipi di frazione e dell'equivalenza tra frazioni

PREREQUISITI: gli allievi devono ricordare le tabelline delle moltiplicazioni, devono saper eseguire le operazioni di moltiplicazione e divisione, riconoscere le frazioni e saperle utilizzare per definire quantità. Devono saper riconoscere le frazioni proprie, improprie, apparenti, complementari ed equivalenti, avendo già affrontato l'UdA relativa nel percorso per la classe quarta.

1. Fase di Esplorazione

Tempo previsto: 15 minuti

<i>Cosa fa l'insegnante</i>	<i>Cosa fanno gli allievi</i>
Organizza gli allievi in coppie eterogenee (un allievo con risultati mediamente più alti e un allievo con risultati mediamente più bassi), curando anche la compatibilità dei due membri della coppia. Se gli allievi sono dispari vi sarà un gruppo di tre.	Prendono posto accanto al loro compagno di coppia.
Propone un problema volto a far emergere le pre-conoscenze attuali degli allievi sull'argomento che verrà spiegato successivamente.	Provano a risolvere il problema e fanno emergere le loro pre-conoscenze attuali.
Il docente gira per i banchi, osserva con attenzione le soluzioni proposte e i procedimenti adottati ed identifica i differenti metodi che sono stati usati dagli allievi per risolverlo, dà feedback immediati e corregge eventuali misconcezioni.	Ascoltano i feedback dell'insegnante e li incorporano nelle loro soluzioni.
Se una coppia ha risolto con successo il problema, viene incoraggiata a trovare un modo alternativo per risolverlo, in modo da lasciare il tempo ai più lenti di trovare le loro soluzioni e occupare il tempo dei più veloci.	Se hanno già trovato un buon modo per risolvere il problema, ne esplorano di alternativi.

Problema di partenza:

Martina, Federica e Giulia preparano del succo d'arancia per una festa. Martina ne prepara $\frac{5}{8}$ di litro e Federica ne prepara $\frac{1}{4}$ di litro. Se in tutto hanno preparato 1 litro e $\frac{7}{8}$ di succo d'arancia, quanto ne ha preparato Giulia?

2. Fase di Resoconto

Tempo previsto: 30 minuti

<i>Cosa fa l'insegnante</i>	<i>Cosa fanno gli allievi</i>
L'insegnante prende spunto da quanto emerso nella fase precedente, ricollegandosi anche a quanto fatto negli anni precedenti. Guida gli alunni a rappresentare le frazioni con un modello a barre. Dovrebbe emergere la necessità di portare tutte le frazioni allo stesso denominatore, in modo da poter operare con esse. Inoltre, viene introdotto l'uso dei numeri misti per rappresentare frazioni improprie.	Gli allievi descrivono il problema sui loro quaderni, lasciando uno spazio a lato per inserire commenti.
Chiede agli allievi di verbalizzare il ragionamento svolto nel risolvere il problema con la strategia spiegata precedentemente.	A lato delle soluzioni scritte precedentemente, scrivono dei fumetti che descrivono sinteticamente il ragionamento che è stato fatto dall'insegnante nel compiere quei passaggi. In seguito aggiungono pittogramma
Pone delle domande-stimolo allo scopo di indurre una comprensione maggiormente approfondita del concetto.	Rispondono alle domande stimolo per alzata di mano e discutono le risposte con l'insegnante.

Domande stimolo:

La festa ha molto successo e si decide di organizzarne un'altra. Stavolta Martina prepara 1 L e $\frac{1}{5}$ di succo di frutta, Giulia ne prepara 2,5 litri e Federica $\frac{16}{10}$ di litro. Quanto succo è stato preparato in totale? (Esprimilo come frazione, come numero misto e come numero decimale).

La mamma di Giacomo ha preparato 12 pizzette. Giacomo ne mangia 3 e $\frac{1}{2}$, suo fratello Giorgio ne mangia 4 e $\frac{1}{4}$ e sua sorella Sofia ne mangia 2 e $\frac{3}{4}$. Quante pizzette rimangono? Rappresenta il risultato come frazione, come numero misto e come numero decimale.

3. Fase di Generalizzazione

Tempo previsto: 60 minuti

Cosa fa l'insegnante	Cosa fanno gli allievi
<p>Il problema e le domande stimolo consentono di riprendere concetti già affrontati in classe quarta o di introdurla, qualora non fossero già stati affrontati.</p> <p>I concetti sono quelli di frazioni proprie, improprie ed apparenti, di frazioni equivalenti, frazioni complementari e frazioni decimali (e loro conversione in numeri decimali).</p> <p>Rispetto a quanto proposto nella classe quarta qui vengono introdotti i numeri misti e la loro trasformazione in frazioni improprie e viceversa.</p>	<p>Scrivono la soluzione paradigmatica e il metodo proposto sul loro quaderno.</p>

Soluzione paradigmatica del problema di partenza:

La risoluzione del problema di partenza richiede di riprendere il concetto di frazioni equivalenti e quello di frazioni proprie, improprie ed apparenti.

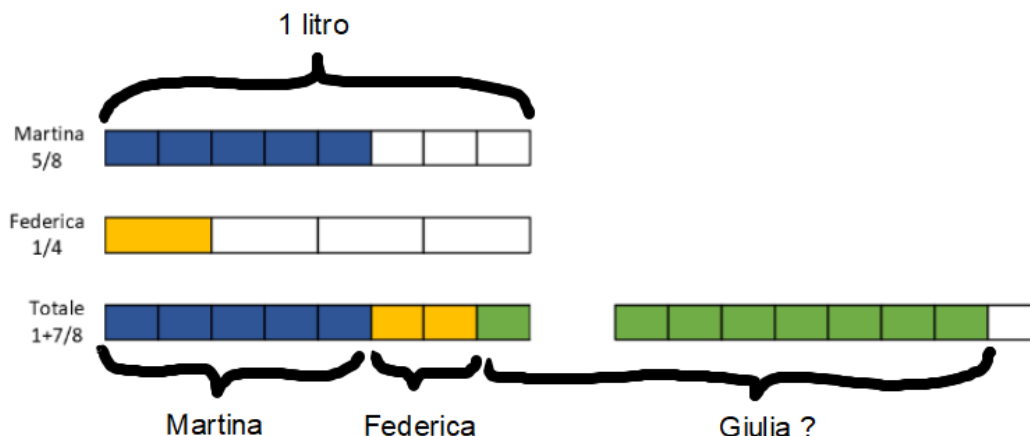
Martina, Federica e Giulia preparano del succo d'arancia per una festa. Martina ne prepara $\frac{5}{8}$ di litro e Federica ne prepara $\frac{1}{4}$ di litro. Se in tutto hanno preparato 1 litro e $\frac{7}{8}$ di succo d'arancia, quanto ne ha preparato Giulia?

Si rappresentano le frazioni con un diagramma a barre. Il totale del succo d'arancia è una frazione impropria, scritta nel testo del problema come numero misto.

Dal diagramma appare evidente la necessità di portare tutte le frazioni allo stesso denominatore, sfruttando l'equivalenza tra frazioni.

$$\frac{1}{4} \xrightarrow{\times 2} \frac{2}{8}$$

Utilizzando il diagramma a barre si può ricavare facilmente che Giulia prepara $\frac{8}{8}$ di litro di succo d'arancia, ossia precisamente 1 litro.



Soluzione delle domande stimolo:

Tramite le domande stimolo è possibile riprendere ed approfondire anche i concetti di frazioni complementari e le frazioni decimali.

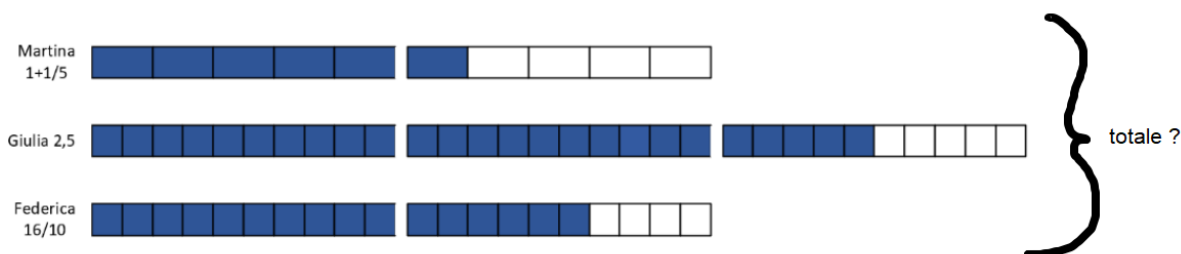
La festa ha molto successo e si decide di organizzarne un'altra. Stavolta Martina prepara 1 L e $\frac{1}{5}$ di succo di frutta, Giulia ne prepara 2,5 litri e Federica $\frac{16}{10}$ di litro. Quanto succo è stato preparato in totale? (Esprimilo in frazione ed in numero decimale).

Questa volta uno dei dati è un numero decimale. Dopo averlo trasformato in frazione ($\frac{25}{10}$) è possibile rappresentarlo con il diagramma a barre. Inoltre con l'aiuto del diagramma è possibile osservare che:

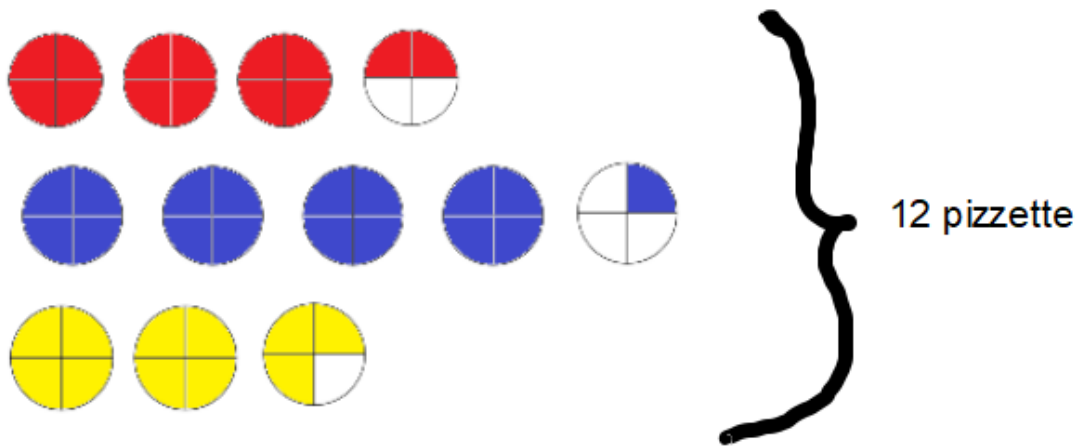
$$\frac{6}{5} = \frac{12}{10}$$

$\xrightarrow{\times 2}$
 $\xleftarrow{\times 2}$

Tramite il diagramma si calcola il totale, rappresentabile come frazione $\frac{53}{10}$ di litro, come numero decimale 5,3 L di succo di frutta, o come numero misto $5 \text{ L} + \frac{3}{10}$ di L.



La mamma di Giacomo ha preparato 12 pizzette. Giacomo ne mangia $3 \frac{1}{2}$, suo fratello Giorgio ne mangia $4 \frac{1}{4}$ e sua sorella Sofia ne mangia $2 \frac{3}{4}$. Quante pizzette rimangono? Rappresenta il risultato come frazione, come numero misto e come numero decimale.



Dopo aver rappresentato il problema (in questo caso è stato utilizzato il diagramma a torta, ma è ovviamente possibile utilizzare altri tipi di diagramma) si procede al calcolo della frazione complementare, corrispondente alle parti bianche. Essa è $1 + \frac{1}{2}$ ovvero $\frac{3}{2}$ ovvero 1,5 pizzette.

4. Fase di Pratica guidata

Tempo previsto: 120 minuti

<i>Cosa fa l'insegnante</i>	<i>Cosa fanno gli allievi</i>
Propone esercizi di consolidamento e di automatizzazione della soluzione paradigmatica illustrata nella fase di generalizzazione.	Lavorano singolarmente in classe per applicare la soluzione paradigmatica proposta dall'insegnante nella fase di generalizzazione. Possono aiutarsi nelle soluzioni manipolando materiali concreti.
Aiuta gli allievi nello svolgere gli esercizi e fornisce feedback personalizzato nel caso insorgano difficoltà.	Ascoltano il feedback dell'insegnante e lo incorporano nelle loro soluzioni.

Esercizi di consolidamento per la pratica guidata:

- 1) Trasforma le frazioni improprie in numeri misti e le frazioni apparenti in numeri naturali.

$$\frac{12}{7} = 1 + \dots$$

$$\frac{11}{2} =$$

$$\frac{9}{4} =$$

$$\frac{5}{5} =$$

$$\frac{16}{2} =$$

$$\frac{4}{5} =$$

$$\frac{37}{5} =$$

$$\frac{23}{6} =$$

$$\frac{12}{3} =$$

2) Trasforma le seguenti frazioni decimali in numeri decimali e viceversa

$$\frac{11}{10} =$$

$$\frac{26}{10} =$$

$$\frac{34}{100} =$$

$$\frac{87}{1000} =$$

$$\frac{3}{10} =$$

$$\frac{128}{100} =$$

$$0,7 =$$

$$9,2 =$$

$$0,48 =$$

$$0,02 =$$

$$0,003 =$$

$$3,56 =$$

3) Trasforma i seguenti numeri misti in frazioni improprie

$$1 \frac{1}{2} =$$

$$1 + \frac{3}{10} =$$

$$2 \frac{3}{4} =$$

$$4 + \frac{1}{5} =$$

$$3 + \frac{6}{8} =$$

$$8 \frac{2}{3} =$$

4) Trasforma le seguenti frazioni in frazioni equivalenti

$$\frac{6}{7} =$$

$$\frac{3}{4} =$$

$$\frac{11}{8} =$$

$$\frac{5}{5} =$$

$$\frac{16}{12} =$$

$$\frac{3}{3} =$$

$$\frac{9}{15} =$$

$$\frac{20}{1} =$$

5) Completa le seguenti uguaglianze tra frazioni equivalenti

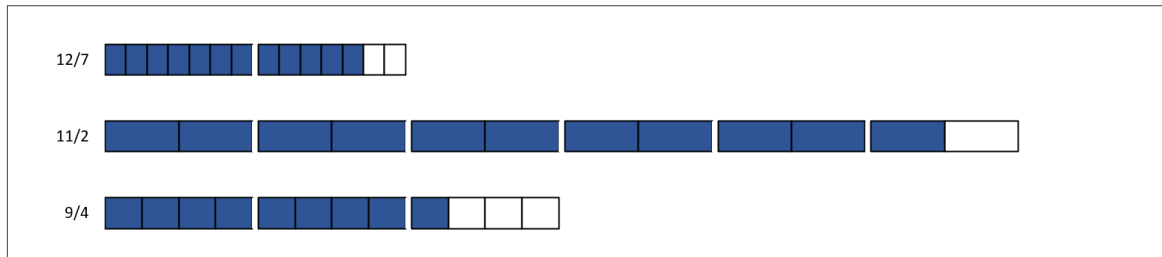
$$\frac{6}{2} = \frac{x}{8} \quad \frac{18}{4} = \frac{x}{2} \quad \frac{15}{20} = \frac{x}{4} \quad \frac{11}{5} = \frac{x}{15} \quad \frac{7}{15} = \frac{283}{x} \quad \frac{21}{x} = \frac{21}{x}$$

$$\frac{27}{108} = \frac{3}{x} \quad \frac{x}{5} = \frac{48}{30} \quad \frac{x}{7} = \frac{99}{63} \quad \frac{x}{60} = \frac{7}{12} \quad \frac{44}{x} = \frac{1115}{8} \quad \frac{45}{39} = \frac{45}{39}$$

- 6) La signora Gatti ha preparato una torta. Ne ha dato $\frac{3}{8}$ alla vicina di casa. Quale frazione della torta le è rimasta?
- 7) Ad un concerto $\frac{5}{8}$ degli spettatori sono donne, mentre $\frac{1}{4}$ di essi sono uomini. I bambini presenti a quale frazione corrispondono?
- 8) Francesca ha ricevuto in regalo del denaro. Ha dato $\frac{1}{3}$ del denaro a sua cugina. Se le rimangono 80 €, quanti soldi aveva ricevuto inizialmente?
- 9) Per allenarsi oggi Carla ha corso per $\frac{3}{4}$ di km e ha nuotato per $\frac{3}{8}$ di km. Poi ha corso in bicicletta. Se in tutto ha percorso 4 km e $\frac{1}{2}$, quanti km ha fatto in bicicletta?

Risoluzione degli esercizi di pratica guidata:

- 1) Viene fornito un esempio di rappresentazione grafica di alcune delle frazioni proposte.



I risultati dell'esercizio sono

$1 + 5/7$; $5 + 1/2$; $2 + 1/4$; 1 ; 8 ; la frazione è propria;
 $7 + 2/5$; $3 + 5/6$; 4 .

- 2) Si tratta di un esercizio di ripasso, se necessario riprendere le moltiplicazioni e divisioni per 10-100-1000.

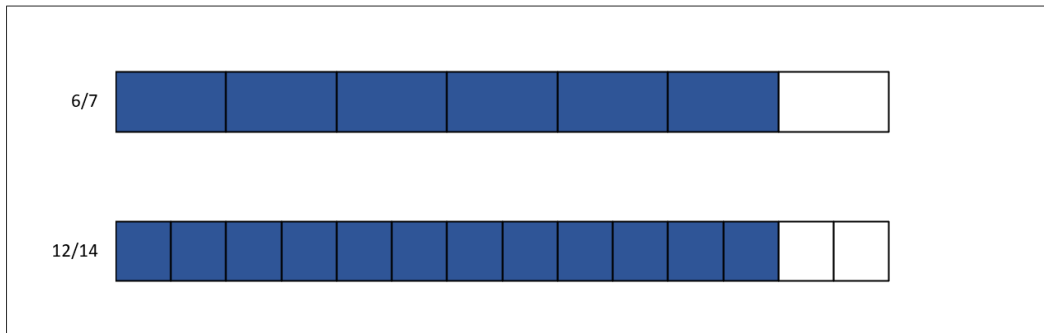
Risultati: 1,1 2,6 0,34 0,087 0,3 1,28
 $7/10$ $92/10$ $48/100$ $2/100$ $3/1000$ $356/100$

- 3) Gli allievi possono aiutarsi con un diagramma come questo



Risultati: $3/2$ $13/10$ $11/4$ $25/6$ $29/8$ $26/3$

- 4) Gli allievi possono aiutarsi con un disegno come nell'esempio



oppure operare solo per via aritmetica, ad esempio

$$\frac{6}{7} = \frac{12}{14} \quad \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

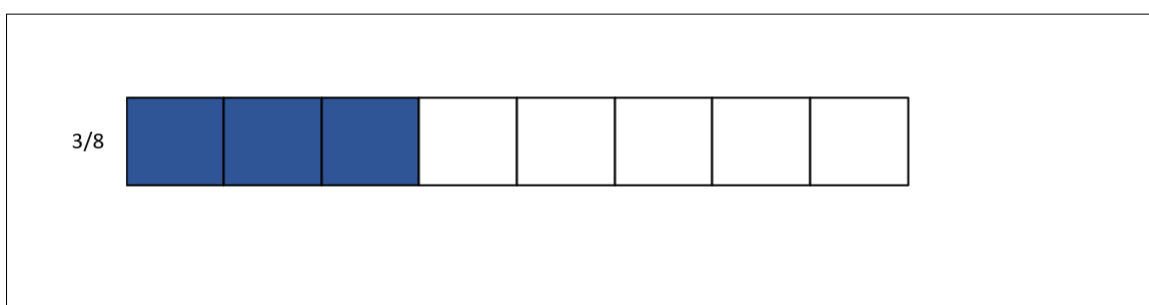
Handwritten annotations show multiplication by 2 for the first fraction and division by 4 for the second.

scegliendo in modo autonomo per quale fattore moltiplicare o dividere entrambi i termini della frazione.

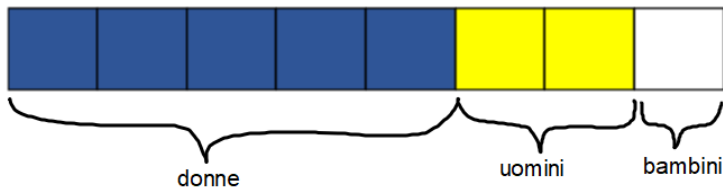
$$5) \frac{6}{2} = \frac{24}{8} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = \frac{11}{5} = \frac{33}{1515} = \frac{7}{608} = \frac{283}{56} = \frac{21}{56}$$

$$\frac{27}{108} = \frac{3}{12} \quad \frac{8}{5} = \frac{48}{30} = \frac{11}{7} = \frac{9935}{6360} = \frac{7}{1232} = \frac{44}{1115} = \frac{13}{8} = \frac{45}{39}$$

6) Il problema richiede di determinare la frazione complementare



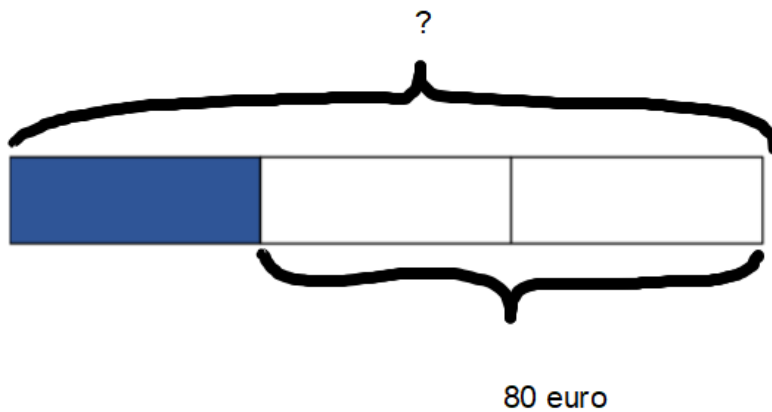
7) Il problema richiede di trasformare $\frac{1}{4}$ in $\frac{2}{8}$ e poi si può utilizzare la seguente rappresentazione grafica per determinare la frazione corrispondente ai bambini cioè $\frac{1}{8}$.



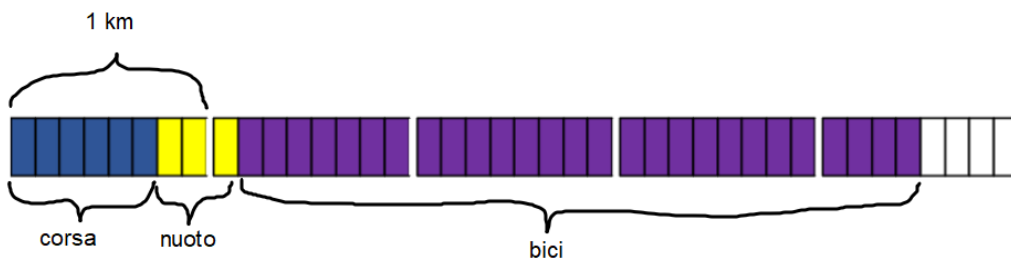
8) La risoluzione viene eseguita utilizzando il bar model.

$$80 : 2 = 40 \text{ €}$$

$$40 \times 3 = 120 \text{ €}$$



9) La soluzione, esemplificata nel diagramma, è $3 \text{ km} + \frac{3}{8}$ oppure $\frac{27}{8}$ di km.



5. Fase di Pratica indipendente

Tempo previsto: 90 minuti

Cosa fa l'insegnante	Cosa fanno gli allievi
Propone problemi progressivamente più astratti, pensati per la pratica indipendente.	Gli allievi svolgono gli esercizi a casa o in momenti pomeridiani di doposcuola, meglio singolarmente. Se dovessero avere problemi nello svolgerli singolarmente, possono svolgerli a coppie. Deve comunque essere chiaro per l'allievo che il suo obiettivo è quello di arrivare a risolverli da solo, in piena autonomia.
Nell'incontro successivo dà un feedback sui prodotti degli allievi durante la pratica indipendente e se necessario predisporre ulteriori percorsi di consolidamento.	Ascoltano il feedback dell'insegnante e riprovano a svolgere gli esercizi sulla base dei suggerimenti ricevuti.

Esercizi di consolidamento per la pratica indipendente:

1) Indica quali frazioni sono proprie, improprie o apparenti.

$$\frac{1}{2} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{11}{7} \quad \frac{15}{20} \quad \frac{8}{4} \quad \frac{9}{18} \quad \frac{20}{5} \quad \frac{5}{3}$$

2) Trasforma in numeri naturali o in numeri misti

$$\frac{14}{2} \quad \frac{16}{5} \quad \frac{13}{8} \quad \frac{18}{7} \quad \frac{24}{2} \quad \frac{38}{9} \quad \frac{23}{6}$$

3) Trasforma i numeri misti in frazioni improprie

$$4 + \frac{1}{3} = \quad 2 + \frac{3}{7} = \quad 5 \frac{3}{4} = \quad 8 \frac{3}{5} = \quad 11 + \frac{5}{6} =$$

4) Completa le uguaglianze tra frazioni equivalenti

$$\frac{7}{5} = \frac{x}{10} \quad \frac{4}{9} = \frac{x}{27} \quad \frac{11}{14} = \frac{x}{28} \quad \frac{9}{12} = \frac{x}{4} \quad \frac{18}{24} = \frac{3}{x}$$

5) Manuel deve calcolare il peso totale di tre scatole. La prima scatola pesa $\frac{3}{5}$ di kg, la seconda scatola $\frac{1}{10}$ di kg e la terza $\frac{9}{10}$ di kg. Quanto pesano in tutto le tre scatole? Dai la risposta in frazione, come numero misto e come numero decimale.

6) Una scatola vuota pesa $\frac{1}{8}$ di kg. Dopo essere stata riempita di caramelle, pesa $\frac{7}{16}$ di kg. Quanto pesano le caramelle?

7) Ad una festa ci sono 72 persone. $\frac{3}{8}$ di queste persone sono donne e i bambini sono 32. Quanti uomini ci sono alla festa?

8) Giovanna ha preparato una torta. Ha dato metà della torta a sua sorella, mentre lei stessa ne ha mangiato $\frac{1}{8}$. Quale frazione della torta le rimane?

9) Carlo ha comprato 5 L di latte. Lunedì ne beve $\frac{1}{4}$ di litro e martedì $\frac{1}{8}$ di litro. Quanto latte gli rimane?