

0. Introduzione all'UdA

Obiettivi specifici (in forma operativa) perseguiti attraverso l'UdA	<p>Riconoscere le frazioni proprie, improprie, apparenti, equivalenti, complementari.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Riconoscere le frazioni proprie, improprie ed apparenti. • Riconoscere le frazioni equivalenti. • Riconoscere le frazioni complementari.
Destinatari	Allievi della classe quarta scuola primaria
Tempi previsti	5 ore in classe e 2 ore a casa
Materiali necessari	Fotocopie o schede digitali, quaderno, penna, righello, LIM, tablet (se la scuola ne è dotata)
Accorgimenti per l'inclusione	L'applicazione della strategia visuale del <i>bar modeling</i> aiuta il riconoscimento dei vari tipi di frazione e dell'equivalenza tra frazioni

PREREQUISITI: gli allievi devono ricordare le tabelline delle moltiplicazioni, devono saper eseguire le operazioni di moltiplicazione e divisione, riconoscere le frazioni e saperle utilizzare per definire quantità.

PARTE PRIMA: FRAZIONI PROPRIE, IMPROPRIE, APPARENTI

1. Fase di Esplorazione

Tempo previsto: 15 minuti

Cosa fa l'insegnante	Cosa fanno gli allievi
Organizza gli allievi in coppie eterogenee (un allievo con risultati mediamente più alti e un allievo con risultati mediamente più bassi), curando anche la compatibilità dei due membri della coppia. Se gli allievi sono dispari vi sarà un gruppo di tre.	Prendono posto accanto al loro compagno di coppia.
Propone un problema volto a far emergere le pre-conoscenze attuali degli allievi sull'argomento che verrà spiegato successivamente.	Provano a risolvere il problema e fanno emergere le loro pre-conoscenze attuali.
Il docente gira per i banchi, osserva con attenzione le soluzioni proposte e i procedimenti adottati ed identifica i differenti metodi che sono stati usati dagli allievi per risolverlo, dà feedback immediati e corregge eventuali misconcezioni.	Ascoltano i feedback dell'insegnante e li incorporano nelle loro soluzioni.
Se una coppia ha risolto con successo il problema, viene incoraggiata a trovare un modo alternativo per risolverlo, in modo da lasciare il tempo ai più lenti di trovare le loro soluzioni e occupare il tempo dei più veloci.	Se hanno già trovato un buon modo per risolvere il problema, ne esplorano di alternativi.

Problema di partenza:

Sofia, Luca e Marco vanno in pizzeria. Sofia mangia $\frac{3}{8}$ della sua pizza, Luca ne mangia $\frac{3}{2}$ e Marco ne mangia $\frac{4}{4}$. Chi ha mangiato tutta la sua pizza? Chi ha mangiato più di una pizza?

2. Fase di Resoconto

Tempo previsto: 30 minuti

Cosa fa l'insegnante	Cosa fanno gli allievi
Descrive agli allievi come rappresentare le frazioni tramite il modello a barre. L'insegnante prende spunto da quanto emerso nella fase precedente. L'insegnante fa notare agli allievi che una delle frazioni corrisponde a più di un intero.	Gli allievi descrivono il problema sui loro quaderni, lasciando uno spazio a lato per inserire commenti.
Chiede agli allievi di verbalizzare il ragionamento svolto nel risolvere il problema con la strategia spiegata precedentemente.	A lato delle soluzioni scritte precedentemente, scrivono dei fumetti che descrivono sinteticamente il ragionamento che è stato fatto dall'insegnante nel compiere quei passaggi. In seguito aggiungono pittogramma
Pone delle domande-stimolo allo scopo di indurre una comprensione maggiormente approfondita del concetto.	Rispondono alle domande stimolo per alzata di mano e discutono le risposte con l'insegnante.

Domande stimolo:

Se Luca mangia $\frac{12}{4}$ di pizza, quante pizze intere sono?

Se Marco mangia $\frac{8}{5}$ di pizza, mangia più o meno di due pizze ?

Se invece Marco mangia $\frac{8}{3}$ di pizza, significa che ha mangiato più o meno di tre pizze?

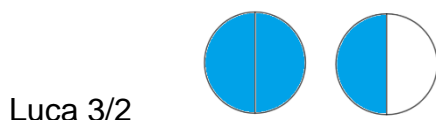
Carlotta mangia $\frac{6}{2}$ di pizza. Ha mangiato più o meno di Luca?

3. Fase di Generalizzazione

Tempo previsto: 45 minuti

Cosa fa l'insegnante	Cosa fanno gli allievi
Propone la distinzione tra frazioni proprie, improprie ed apparenti e mostra agli alunni tramite rappresentazione grafica delle frazioni che le prime corrispondono ad un numero minore di 1, le seconde ad un numero maggiore di 1, le terze corrispondono ad un numero naturale.	Scrivono la soluzione paradigmatica e il metodo proposto sul loro quaderno.

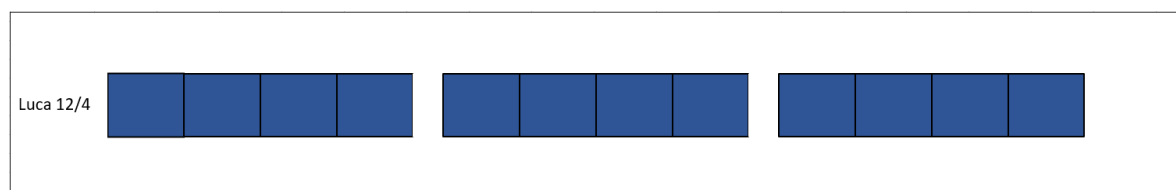
Soluzione paradigmatica al problema stimolo:

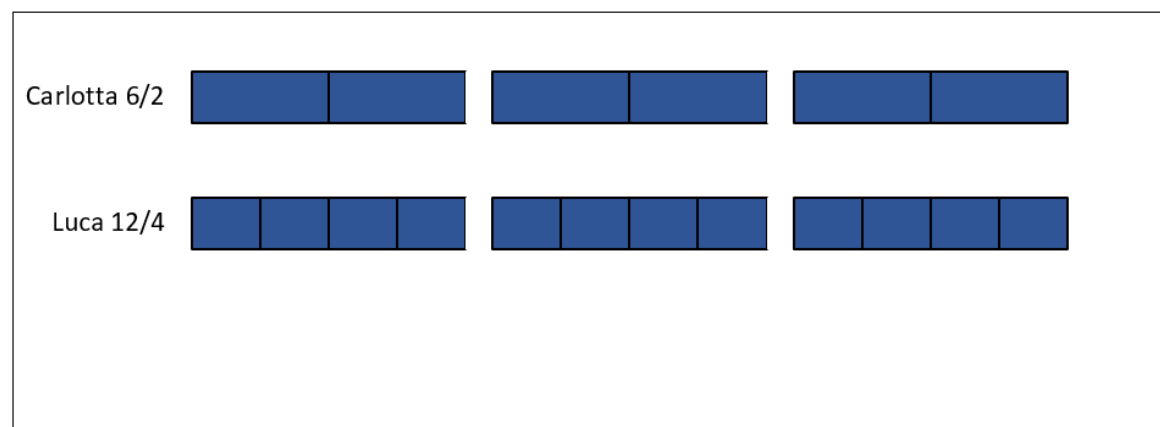
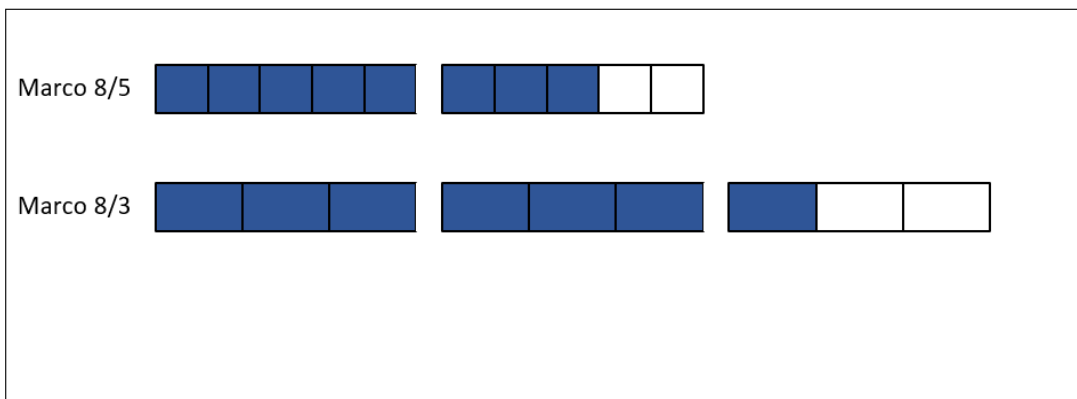


Il problema può essere rappresentato sia con un classico diagramma a torta, sia con un diagramma a barre. In entrambi i casi possono sorgere difficoltà di rappresentazione. Nel caso del diagramma a torta può essere difficile in alcuni casi per gli alunni la suddivisione in parti che siano uguali tra loro (pensiamo a frazioni con denominatore 5 o 7 ad esempio). Nel caso del diagramma a barre, è bene che gli interi siano tutti uguali (dopo tutto le pizze del problema sono supposte uguali tra loro) e quindi, onde evitare eccessive difficoltà nel disegno sul quaderno a quadretti, sarebbe meglio utilizzare barre la cui lunghezza (in quadretti) corrisponda a un multiplo comune dei denominatori delle frazioni. È pertanto necessaria in entrambi i casi la guida del docente. È bene comunque utilizzare diversi modelli di rappresentazione delle frazioni, in modo che gli allievi si abituino a passare con facilità da un modello all'altro.

I denominatori nel problema proposto sono stati scelti in modo da ridurre le difficoltà di rappresentazione degli alunni.

Soluzioni domande stimolo.





4. Fase di Pratica guidata

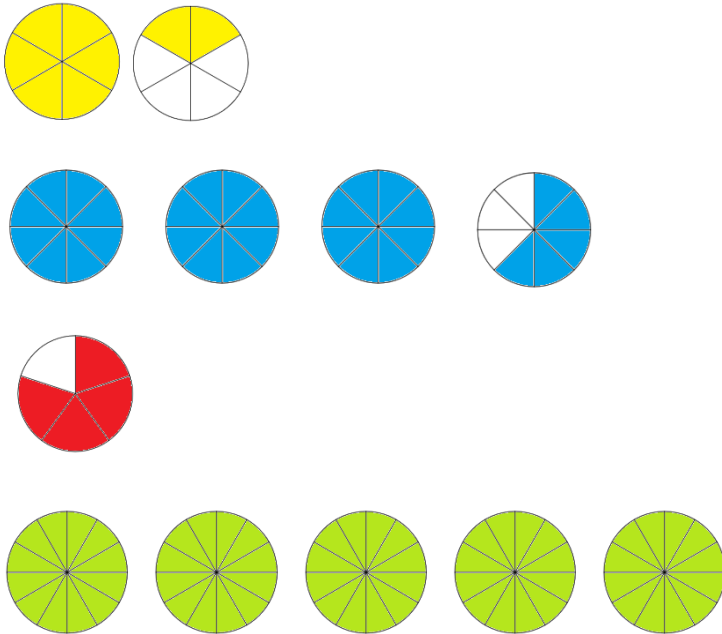
Tempo previsto: 45 minuti

<i>Cosa fa l'insegnante</i>	<i>Cosa fanno gli allievi</i>
Propone esercizi di consolidamento e di automatizzazione della soluzione paradigmatica illustrata nella fase di generalizzazione. Gli esercizi proposti si collegano a quelli precedenti, procedendo gradualmente verso consegne più complesse.	Lavorano singolarmente in classe per applicare la soluzione paradigmatica proposta dall'insegnante nella fase di generalizzazione. Possono aiutarsi nelle soluzioni manipolando materiali concreti.
Aiuta gli allievi nello svolgere gli esercizi e fornisce feedback personalizzato nel caso insorgano difficoltà.	Ascoltano il feedback dell'insegnante e lo incorporano nelle loro soluzioni.

Esercizi di consolidamento per la pratica guidata:

- 1) Rappresenta ciascuna delle seguenti frazioni con un modello: $\frac{4}{7}$; $\frac{9}{6}$; $\frac{11}{8}$; $\frac{15}{3}$; $\frac{10}{4}$; $\frac{3}{11}$. Poi indica se sono proprie, improprie o apparenti.
- 2) Ho bevuto $\frac{9}{7}$ di una lattina di bibita. Significa che ho bevuto più o meno di una lattina?
- 3) Se ho mangiato $\frac{8}{4}$ di panino, quanti panini ho mangiato?
- 4) Se ho mangiato $\frac{11}{4}$ di panino, vuol dire che ho mangiato panini interi + di panino.

5) Osserva il disegno, indica a quale frazione corrisponde ciascun disegno e se si tratta di frazioni proprie, improprie o apparenti.



6) Riconosci le frazioni maggiori di 1:

$$\frac{2}{9} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{11}{3} \quad \frac{6}{5}$$

7) Riconosci le frazioni maggiori di $\frac{1}{2}$:

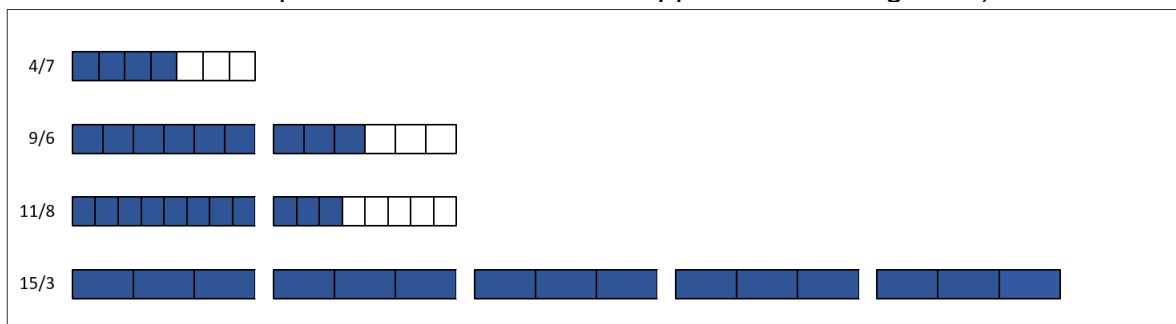
$$\frac{3}{4} \quad \frac{8}{10} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{3}{7}$$

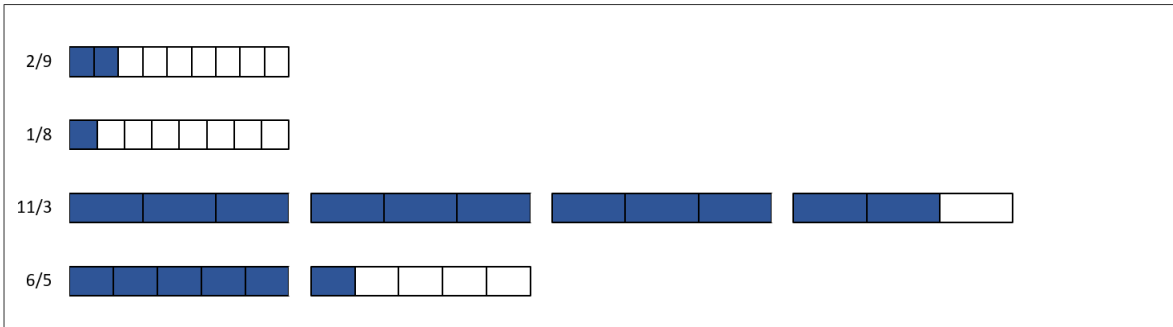
Soluzioni esercizi proposti per la pratica guidata

Viene qui proposta una rappresentazione delle frazioni indicate negli esercizi.

1) Viene qui proposta una rappresentazione delle frazioni indicate negli esercizi. Le frazioni sono rispettivamente: impropria, impropria, impropria, apparente, propria, propria, impropria, impropria.

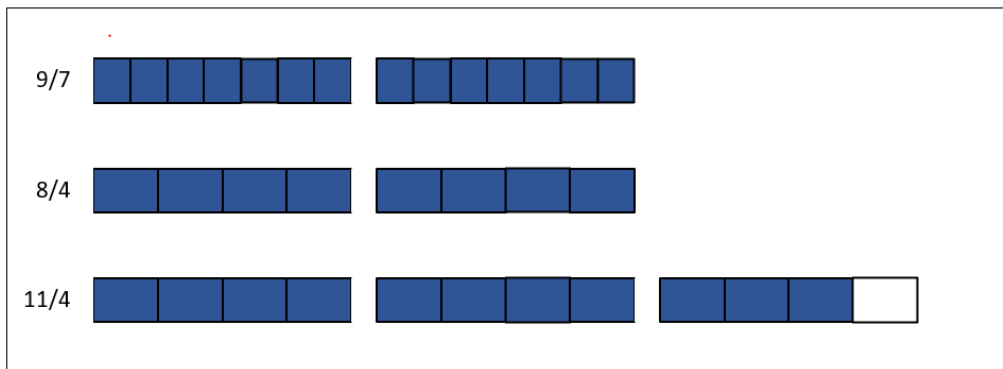
(In questo esercizio, non è necessario che le barre siano tutte uguali tra loro, pertanto non dovrebbero esserci particolari difficoltà nella rappresentazione grafica)





- 2) Ho bevuto più di una lattina.
- 3) Ho mangiato due panini.
- 4) Ho mangiato 2 panini interi + $\frac{3}{4}$ di panino.

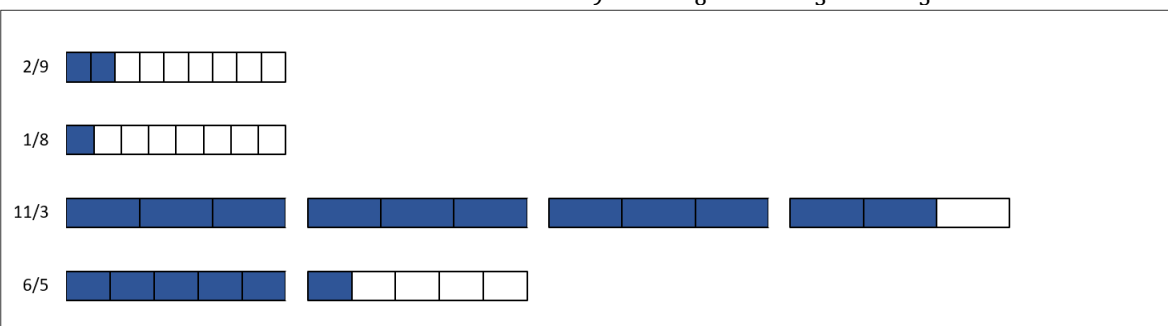
Le frazioni sono rappresentate dai seguenti modelli.



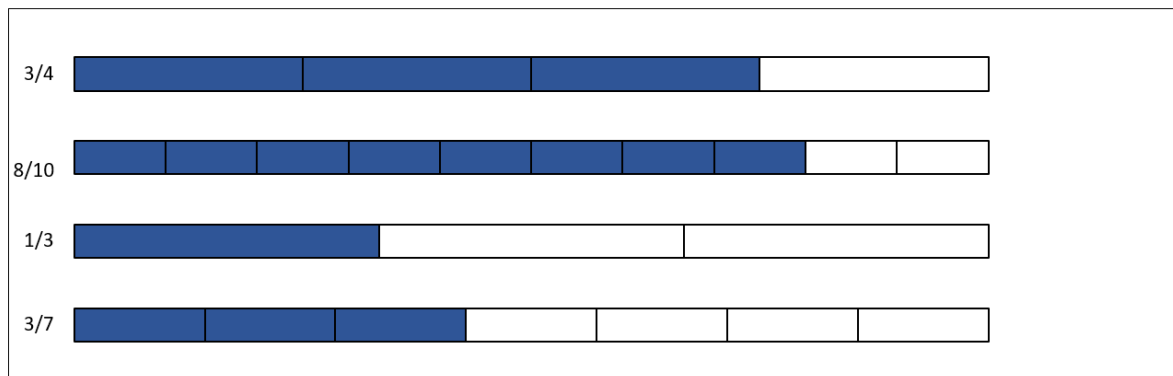
- 5) Osserva il disegno, indica a quale frazione corrisponde ciascun disegno.

$\frac{8}{6}$ impropria; $\frac{29}{8}$ impropria; $\frac{4}{5}$ propria; $\frac{60}{12}$ apparente

- 6) Riconosci le frazioni maggiori di 1 : $\frac{2}{9} < 1$; $\frac{1}{8} < 1$; $\frac{11}{3} < 1$; $\frac{6}{5} > 1$.



- 8) Riconosci le frazioni maggiori di $\frac{1}{2}$: $\frac{3}{4} > \frac{1}{2}$; $\frac{8}{10} > \frac{1}{2}$; $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$; $\frac{3}{7} < \frac{1}{2}$.



PARTE SECONDA: FRAZIONI COMPLEMENTARI ED EQUIVALENTI

1. Fase di Esplorazione

Tempo previsto: 15 minuti

<i>Cosa fa l'insegnante</i>	<i>Cosa fanno gli allievi</i>
Organizza gli allievi in coppie eterogenee (un allievo con risultati mediamente più alti e un allievo con risultati mediamente più bassi), curando anche la compatibilità dei due membri della coppia. Se gli allievi sono dispari vi sarà un gruppo di tre.	Prendono posto accanto al loro compagno di coppia.
Propone un problema volto a far emergere le pre-conoscenze attuali degli allievi sull'argomento che verrà spiegato successivamente.	Provano a risolvere il problema e fanno emergere le loro pre-conoscenze attuali.
Il docente gira per i banchi, osserva con attenzione le soluzioni proposte e i procedimenti adottati identificando le strategie usate dagli allievi, dà feedback immediati e corregge eventuali misconcezioni.	Ascoltano i feedback dell'insegnante e li incorporano nelle loro soluzioni.
Se una coppia ha risolto con successo il problema, viene incoraggiata a trovare un modo alternativo per risolverlo, in modo da lasciare il tempo ai più lenti di trovare le loro soluzioni e occupare il tempo dei più veloci.	Se hanno già trovato un buon modo per risolvere il problema, ne esplorano di alternativi.

Problema di partenza:

Quattro amici comprano ciascuno una bottiglietta d'acqua da mezzo litro. Davide ne beve $\frac{3}{5}$, Mattia ne beve $\frac{4}{8}$, Sara ne beve metà e Alessia ne beve $\frac{6}{10}$.

Chi ha bevuto di più? Ci sono persone che hanno bevuto la stessa quantità?

Indica poi, in ciascun caso, quale frazione di acqua rimane nella bottiglia.

2. Fase di Resoconto

Tempo previsto: 30 minuti

<i>Cosa fa l'insegnante</i>	<i>Cosa fanno gli allievi</i>
L'insegnante prende spunto da quanto emerso nella fase precedente, mostra come rappresentare le frazioni con un diagramma a barre o a torta. Dalla discussione dovrebbe emergere che alcune frazioni sono equivalenti. Inoltre, l'insegnante guida gli alunni verso il concetto di frazione complementare.	Gli allievi descrivono il problema sui loro quaderni, lasciando uno spazio a lato per inserire commenti.
Chiede agli allievi di verbalizzare il ragionamento svolto nel risolvere il problema con la strategia spiegata precedentemente.	A lato delle soluzioni scritte precedentemente, scrivono dei fumetti che descrivono sinteticamente il ragionamento che è stato fatto dall'insegnante nel compiere quei passaggi. In seguito, aggiungono pittogramma
Pone delle domande-stimolo allo scopo di indurre una comprensione maggiormente approfondita del concetto.	Rispondono alle domande stimolo per alzata di mano e discutono le risposte con l'insegnante.

Domande stimolo:

Posso dire che Mattia ha bevuto $\frac{5}{10}$ della sua bottiglietta?

Davide compra un'altra bottiglietta e ne beve $\frac{12}{20}$. Ha bevuto più o meno di prima?

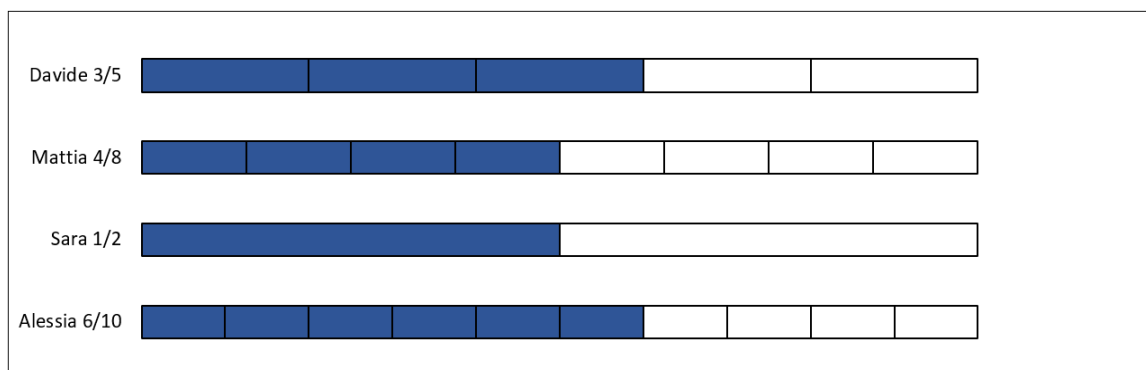
Se Alessia avesse bevuto $\frac{4}{10}$ della bottiglietta, quanta acqua (in frazione) le sarebbe rimasta?

3. Fase di Generalizzazione

Tempo previsto: 45 minuti

Cosa fa l'insegnante	Cosa fanno gli allievi
L'insegnante introduce il concetto di frazioni equivalenti e di frazione complementare, aiutandosi sempre con rappresentazioni grafiche. Viene inoltre mostrato come trasformare una frazione in una frazione ad essa equivalente, moltiplicando o dividendo sia il numeratore che il denominatore per lo stesso numero.	Scrivono la soluzione paradigmatica e il metodo proposto sul loro quaderno.

Soluzione paradigmatica al problema stimolo:



Dopo aver mostrato per via grafica l'equivalenza tra le frazioni, si mostra che, per trasformare una frazione in una frazione ad essa equivalente, basta moltiplicare o dividere sia il numeratore che il denominatore per uno stesso numero.

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} \quad \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

La frazione di acqua rimasta nella bottiglia (frazione complementare) corrisponde invece alla parte non colorata nei diagrammi a barre sopraindicati. Rispettivamente quindi $\frac{2}{5}$ per Davide, $\frac{4}{8}$ per Mattia, $\frac{1}{2}$ per Sara e $\frac{4}{10}$ per Alessia. Anche qui si può far notare come alcune di queste frazioni siano equivalenti tra loro.

Soluzione paradigmatica alle domande stimolo:

Mattia

$$\frac{4}{8} \xrightarrow{:4} \frac{1}{2} \xrightarrow{\times 5} \frac{5}{10}$$

Davide

$$\frac{12}{20} \xrightarrow{:4} \frac{3}{5}$$

Alessia

Se avesse bevuto $\frac{4}{10}$, le sarebbero rimasti $\frac{6}{10}$ di bottiglia (è possibile rappresentare anche questo con un diagramma).

4. Fase di Pratica guidata

Tempo previsto: 60 minuti

Cosa fa l'insegnante	Cosa fanno gli allievi
Propone esercizi di consolidamento e di automatizzazione della soluzione paradigmatica illustrata nella fase di Generalizzazione. Gli esercizi proposti si collegano a quelli precedenti, procedendo gradualmente verso consegne più complesse.	Lavorano singolarmente in classe per applicare la soluzione paradigmatica proposta dall'insegnante nella fase di Generalizzazione. Possono aiutarsi nelle soluzioni manipolando materiali concreti.
Aiuta gli allievi nello svolgere gli esercizi e fornisce feedback personalizzato nel caso insorgano difficoltà.	Ascoltano il feedback dell'insegnante e lo incorporano nelle loro soluzioni.

Esercizi di consolidamento per la pratica guidata:

- 1) Federico ha bevuto $\frac{2}{5}$ di un bicchiere di aranciata. Carolina vuol bere quello che rimane. Quale frazione beve Carolina?
- 2) Le classi 4° E di 20 alunni e 4° F di 25 alunni partecipano alla corsa campestre. Alla fine della corsa, 4 alunni di 4E e 5 alunni di 4F si sono qualificati per la fase provinciale. Quale delle due classi è stata più brava?
- 3) Valuta, aiutandoti con un disegno, se le seguenti frazioni sono equivalenti

$$\frac{5}{7} \text{ e } \frac{8}{14}; \quad \frac{8}{20} \text{ e } \frac{2}{5}; \quad \frac{3}{2} \text{ e } \frac{13}{8}$$

- 4) Completa le seguenti uguaglianze tra frazioni equivalenti

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{12}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{x}{18}$$

$$\frac{2}{7} = \frac{x}{28}$$

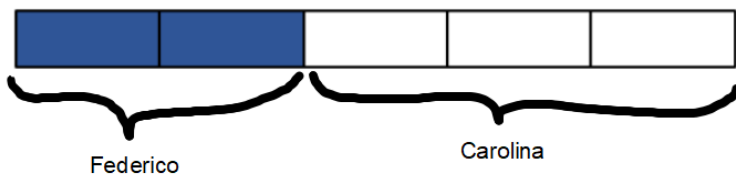
$$\frac{27}{18} = \frac{x}{2}$$

$$\frac{7}{12} = \frac{x \cdot 3}{608} = \frac{x}{24}$$

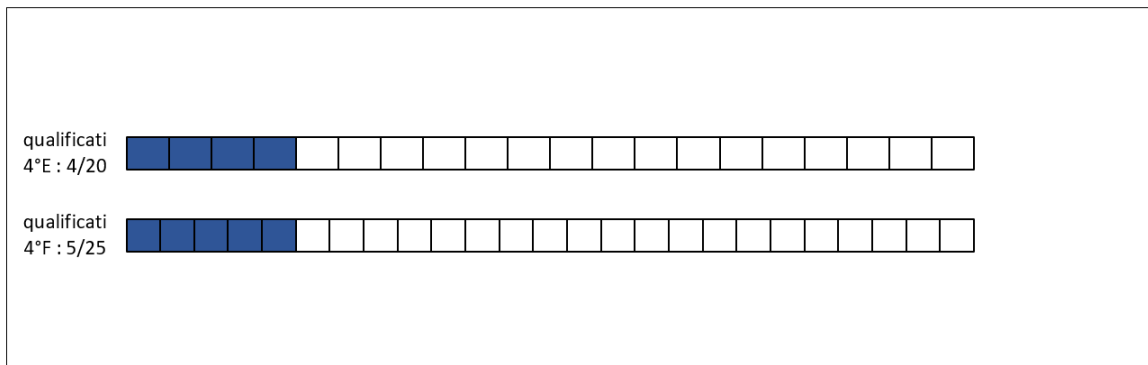
- 5) Francesco oggi non ha molta fame ed ha avanzato $\frac{2}{3}$ della focaccia che aveva per merenda, Giacomo invece ha mangiato $\frac{3}{6}$ della sua focaccia e poi ne ha regalato $\frac{1}{3}$ a Martina (che aveva dimenticato a casa la merenda). Quale frazione di focaccia è rimasta a Francesco? E a Giacomo?
- 6) Tre amiche, Elisabetta, Giulia e Silvia, si dividono una pizza. Elisabetta ne mangia $\frac{1}{4}$ e Giulia mangia metà della parte rimanente. Quale parte rimane a Silvia?

Soluzioni degli esercizi di pratica guidata:

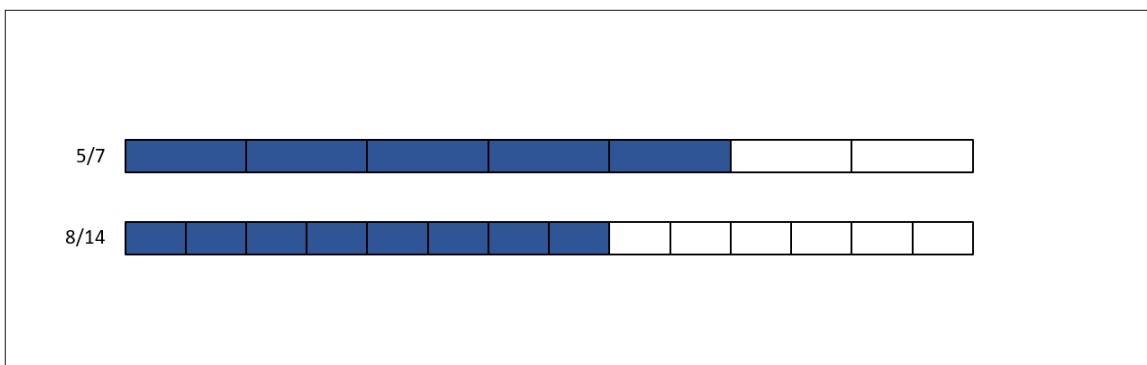
- 1) Carolina beve $\frac{3}{5}$.

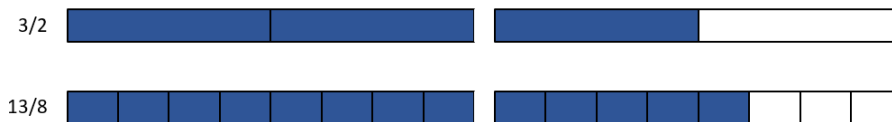
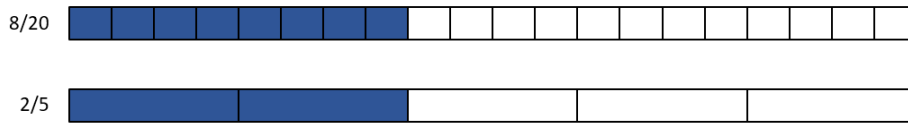


- 2) Le due classi sono state ugualmente brave, infatti le due frazioni sono equivalenti.



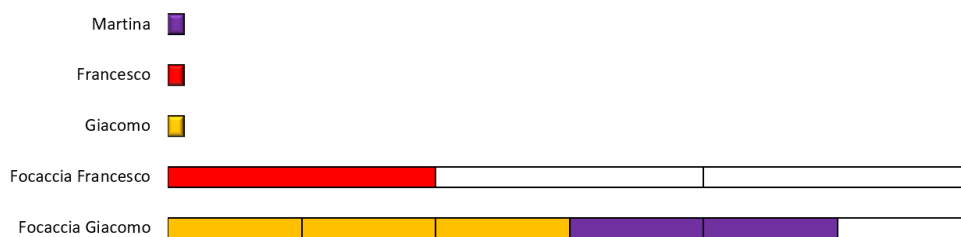
- 3) Soluzione grafica (da cui si evince che solo $\frac{8}{20}$ e $\frac{2}{5}$ sono equivalenti)





4) $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ $\frac{5}{9} = \frac{10}{18}$ $\frac{2}{7} = \frac{8}{28}$ $\frac{27}{18} = \frac{3}{2}$ $\frac{7}{12} = \frac{353}{608} = \frac{9}{24}$

- 5) A Francesco avanzano $\frac{2}{3}$ di focaccia, a Giacomo avanza $\frac{1}{6}$. (Gli allievi dovranno anche trasformare $\frac{1}{3}$, mangiato da Martina, in $\frac{2}{6}$, per risolvere il problema).



- 6) Silvia mangerà $\frac{3}{8}$. Anche qui gli allievi dovranno sfruttare il concetto di frazione equivalente per risolvere il problema. Inoltre dovranno comprendere che la metà di un quarto è un ottavo.



5. Fase di Pratica indipendente

Tempo previsto: 45 minuti

<i>Cosa fa l'insegnante</i>	<i>Cosa fanno gli allievi</i>
Propone problemi progressivamente più astratti, pensati per la pratica indipendente.	Gli allievi svolgono gli esercizi a casa o in momenti pomeridiani di doposcuola, meglio singolarmente. Se dovessero avere problemi nello svolgerli singolarmente, possono svolgerli a coppie. Deve comunque essere chiaro per l'allievo che il suo obiettivo è quello di arrivare a risolverli da solo, in piena autonomia.
Nell'incontro successivo dà un feedback sui prodotti degli allievi durante la pratica indipendente e se necessario predispone ulteriori percorsi di consolidamento.	Ascoltano il feedback dell'insegnante e riprovano a svolgere gli esercizi sulla base dei suggerimenti ricevuti.

Esercizi di consolidamento per la pratica indipendente:

- 1) Rappresenta le seguenti frazioni, indica se sono proprie, improprie o apparenti.

$$\frac{7}{5} \quad \frac{12}{15} \quad \frac{16}{8} \quad \frac{9}{7} \quad \frac{18}{5} \quad \frac{26}{6}$$

- 2) Giacomo e Martina stanno giocando con la sabbia. Giacomo riempie i $\frac{3}{4}$ del suo secchiello e Martina riempie i $\frac{7}{8}$. Quale frazione rimane da riempire per ognuno di loro? Secondo te, a chi resta una frazione maggiore?

- 3) Rappresenta le seguenti frazioni ed indica se sono equivalenti

$$\frac{4}{9} \text{ e } \frac{2}{3} \quad \frac{4}{6} \text{ e } \frac{2}{3} \quad \frac{7}{8} \text{ e } \frac{3}{4} \quad \frac{18}{15} \text{ e } \frac{6}{5}$$

- 4) Scrivi quattro frazioni equivalenti a $\frac{5}{6}$.

- 5) Completa le seguenti uguaglianze tra frazioni

$$\frac{6}{2} = \frac{x}{8} \quad \frac{18}{4} = \frac{x}{2} \quad \frac{15}{20} = \frac{x}{4} \quad \frac{11}{5} = \frac{x}{15} = \frac{7}{15} = \frac{283}{x} = \frac{21}{x}$$

- 6) Antonio, Giacomo e Giada svolgono un test. Antonio ha risposto correttamente a 15 domande su 20, Giacomo ha risposto correttamente a 8 domande su 10 e Giada ha risposto correttamente a 4 domande su 5. Utilizzando le frazioni, indica chi ha svolto meglio il test.
- 7) Tre fratelli acquistano insieme una barca e si dividono il costo nel seguente modo. Il primo paga la metà del prezzo e il secondo ne paga $\frac{1}{8}$. Quale frazione del totale versa il terzo fratello?