

0. Introduzione all'UdA

Questa scheda propone attività per permettere ai bambini di confrontarsi con situazioni di incertezza e consolidare il concetto di probabilità

| | |
|---|--|
| Obiettivi specifici (in forma operativa) perseguiti attraverso l'UdA) | Riconoscere e quantificare, in casi semplici, situazioni di incertezza <ul style="list-style-type: none"> • Individuare gli eventi elementari in un esperimento • Utilizzare una tabella o un grafo per descrivere un esperimento articolato • Calcolare la probabilità del verificarsi di eventi semplici • Utilizzare le percentuali per esprimere la probabilità del verificarsi di un evento |
| Destinatari | Allievi di classe quinta primaria |
| Tempi previsti | 4 ore in classe più il tempo a casa |
| Materiali necessari | Moneta, dadi o schede digitali, quaderno, penna, forbici pennarelli per manipolazioni manuali e Polypad per manipolazioni virtuali, LIM, tablet (se la scuola dotata) |
| Accorgimenti per l'inclusione | Preparazione di schede semplificate |

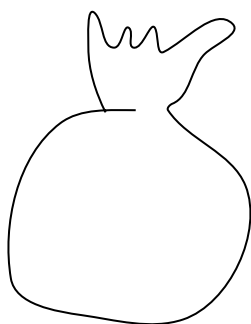
1. Fase di Esplorazione

Tempo previsto: 30 minuti

| <i>Cosa fa l'insegnante</i> | <i>Cosa fanno gli allievi</i> |
|--|---|
| Organizza gli allievi in coppie eterogenee (un allievo con risultati mediamente più alti e un allievo con risultati mediamente più bassi), curando anche la compatibilità dei due membri della coppia. Se gli allievi sono dispari vi sarà un gruppo di tre. | Prendono posto accanto al loro compagno di coppia. |
| Propone un problema volto a far emergere le pre-conoscenze attuali degli allievi sull'argomento che verrà spiegato successivamente. | Provano a risolvere il problema e fanno emergere le loro pre-conoscenze attuali. |
| Il docente gira per i banchi, osserva con attenzione le soluzioni proposte e i procedimenti adottati identificando le strategie usate dagli allievi, dà feedback immediati e corregge eventuali misconcezioni. | Ascoltano i feedback dell'insegnante e li incorporano nelle loro soluzioni. |
| Se una coppia ha risolto con successo il problema, viene incoraggiata a trovare un modo alternativo per risolverlo, in modo da lasciare il tempo ai più lenti di trovare le loro soluzioni e occupare il tempo dei più veloci. | Se hanno già trovato un buon modo per risolvere il problema, ne esplorano di alternativi. |

Attività esplorativa

1. Le lettere della parola AMICIZIA sono state riportate su dei cartoncini rigidi delle stesse dimensioni che sono stati racchiusi in un sacchetto.



Un bambino pesca un cartoncino dal sacchetto, senza guardare:

- A. giustificate le seguenti affermazioni, dopo aver stabilito se sono vere o false
 - a. E' più probabile pescare una consonante di una vocale
 - b. La lettera con la più bassa probabilità di essere estratta è la Z
 - c. La vocale A e la consonante M hanno la stessa probabilità di essere estratte
- B. Completate e argomentate la vostra risposta
 - a. Le lettere hanno la stessa probabilità di essere estratte
 - b. La lettera con più alta probabilità di essere estratta è La probabilità di estrarre tale lettera è Motiva la tua risposta
 - c. La probabilità di estrarre una consonante è
 - d. Scrivete un evento impossibile riferito a questa estrazione

2. Fase di Resoconto

Tempo previsto: 45 minuti

| <i>Cosa fa l'insegnante</i> | <i>Cosa fanno gli allievi</i> |
|---|--|
| L'insegnante prende spunto da quanto emerso nella fase precedente. | Gli allievi descrivono il problema sui loro quaderni, lasciando uno spazio a lato per inserire commenti. |
| Chiede agli allievi di spiegare come hanno risolto il problema e propone un gioco per approfondire | Dopo il gioco descrivono sul quaderno sinteticamente la scelta più efficace che è emersa dalle riflessioni comuni sintetizzate dal docente |
| Pone delle domande-stimolo allo scopo di indurre una comprensione maggiormente approfondita del concetto. | Rispondono alle domande stimolo e discutono le risposte con l'insegnante. |

Per riprendere il concetto di probabilità visto in classe quarta (Vedi scheda EIS-Q-F), l'insegnante può proporre il seguente video in inglese e lo commenta
<https://www.youtube.com/watch?v=7XuNVVID98g&t=1s>

In alternativa può proporre il lavoro iniziale che precede l'attività stimolo della scheda EIS-Q-F.

Attività che segue l'attività esplorativa

Sulla cattedra si trovano una moneta, un dado e una scatola con alcuni oggetti (i premi). L'insegnante propone ai bambini il seguente gioco:

“Ognuno di voi partecipa al gioco una volta e può scegliere se lanciare una moneta oppure un dado a 6 facce (e mostra i due oggetti ai bambini). Si vince un premio se lanciando una moneta esce testa (si perde se esce croce) oppure se lanciando un dado esce il 6 (si perde se esce un numero diverso). Dovete scegliere tra la moneta o il dado. “Qual è la vostra scelta? Spiegate perché”.

Osservazione

Probabilmente all'inizio i bambini sceglieranno l'oggetto che preferiscono tra la moneta ed il dado, indipendentemente dall'evento che offre maggiori possibilità di guadagnare il premio, ma a forza di provare riusciranno ad intuire che per avere più possibilità di vittoria, conviene scegliere di lanciare una moneta.

Domande stimolo

D1. Gli alunni di una quinta primaria hanno svolto le verifiche di tecnologia e di matematica. In tabella sono riportate le frequenze dei giudizi ottenuti in ciascuna delle due prove: ad esempio 4 alunni hanno ottenuto come giudizio buono in tecnologia e sufficiente in matematica.

| | Esiti prova di Tecnologia | | | |
|---------------------------|---------------------------|-------------|-------|--------|
| | | sufficiente | buono | ottimo |
| Esiti prova di Matematica | sufficiente | 6 | 4 | 2 |
| | buono | 4 | 2 | 3 |
| | ottimo | 0 | 2 | 1 |
| | | | | |

- Quanti alunni hanno svolto le due prove?
- Scegliendo a caso un alunno, qual è la probabilità che abbia ottenuto giudizio buono nella prova di matematica?
- Scegliendo a caso un alunno, qual è la probabilità che abbia ottenuto ottimo in entrambe le prove?

Esperimenti

La domanda stimolo 2 prevede una prima parte di lavoro individuale e successivamente una riflessione collettiva. Infatti, nella seconda parte si mettono insieme gli esiti ottenuti da tutti i bambini alla Lim, al fine di disporre di un numero sufficientemente elevato di dati, per fare alcune riflessioni.

D2. Ognuno di voi ha a disposizione una moneta: effettuate 25 lanci e raccogliete gli esiti sulla scheda che vi è stata consegnata, facendo ogni volta una crocetta nella colonna della tabella corrispondente all'esito del lancio "testa" o "croce". Rappresentate graficamente mediante un diagramma a barre. Riportate sulla scheda le vostre osservazioni sugli esiti ottenuti.

link alla scheda

https://docs.google.com/document/d/1gJMv1bBuUfb4L_bBx5KKKc6qJGJdlzSvsLV728ks-6k/edit?usp=sharing

3. Fase di Generalizzazione

Tempo previsto: 60 minuti

| <i>Cosa fa l'insegnante</i> | <i>Cosa fanno gli allievi</i> |
|---|---|
| Propone una soluzione generale (e paradigmatica) al problema e alle domande stimolo; espone un metodo che gli allievi dovranno utilizzare quando affronteranno altri problemi di questo tipo. | Scrivono la soluzione paradigmatica e il metodo proposto sul loro quaderno. |
| Ripresa del concetto di probabilità | Recuperano i concetti e partecipano alla discussione |

Soluzione paradigmatica attività esplorativa



Un bambino pesca un cartoncino dal sacchetto, senza guardare:

- C. giustificate le seguenti affermazioni, dopo aver stabilito se sono Vere o false
- E' più probabile pescare una vocale di una consonante

Vero, ci sono 5 cartoncini con le vocali e 3 con le consonanti

- La lettera con la più bassa probabilità di essere estratta è la Z

Falso: Tutte le consonanti hanno la stessa probabilità di essere estratte

- La vocale A e la consonante M hanno la stessa probabilità di essere estratte

Falso, ci sono 2 cartoncini con la vocale A e uno solo con la consonante M

- D. Completate e argomentate la vostra risposta

A. Le lettere M, C, Z hanno la stessa probabilità di essere estratte,

B. La lettera con più alta probabilità di essere estratta è I. La probabilità di estrarre tale lettera è $\frac{3}{8}$ in quanto 3 sono i casi favorevoli su 8 casi ugualmente possibili, ...

C. Scrivete un evento impossibile riferito a questa estrazione (es. esce la lettera D): ...

D. La probabilità di estrarre una consonante è $\frac{3}{8}$ in quanto 3 sono i casi favorevoli su 8 casi ugualmente possibili, ...

Ripresa del concetto di probabilità

L'insegnante riprende il concetto di probabilità classica (vedi scheda EIS-Q-F) mostrando un dado non truccato e spiega che tutti i risultati che possono verificarsi sono detti "casi possibili". Per esempio, se lanciamo un dado, i casi possibili sono 6, corrispondenti ai valori delle 6 facce (esce un 1, esce un 2, esce un 3, esce un 4, esce un 5, esce un 6).

I casi favorevoli sono invece i casi in cui si verifica un determinato evento. Per esempio, se vinco un premio se esce un numero pari lanciando un dado, l'evento "è uscito il 4", è un caso favorevole: gli altri casi favorevoli sono quindi l'uscita delle facce 2, 6.

L'insegnante propone altri esempi (moneta, carte, palline, ...) e ponendo domande ai bambini consolida la comprensione dei concetti "casi possibili" e "casi favorevoli".

E' importante è far notare che i casi possibili devono essere tutti ugualmente probabili. L'insegnante riprende l'esempio del dado: "lanciando un dado si vince se esce un numero pari) e spiega che la probabilità è il rapporto fra casi favorevoli e casi possibili (essendo tutti ugualmente possibili), cioè: $p(\text{uscita di un numero pari}) = 3/6 = 1/2$

L'insegnante riprende la scrittura del numero in formato percentuale.

Quindi chiede qual è la probabilità che estraendo una carta da un mazzo di 52 carte, esca una figura.

Poiché le figure sono 12, la probabilità risulta $p = 12/52 = 3/13$

Soluzione domande stimolo

Soluzione D1: Quanti alunni hanno svolto le due prove? Contando le frequenze della tabella gli alunni sono 24

| | | Esiti prova di Tecnologia | | | |
|---------------------------|-------------------|---------------------------|-------|--------|----------------|
| | | sufficiente | buono | ottimo | totale di riga |
| Esiti prova di Matematica | sufficiente | 6 | 4 | 2 | 12 |
| | buono | 4 | 2 | 3 | 9 |
| | ottimo | 0 | 2 | 1 | 3 |
| | totale di colonna | 10 | 8 | 6 | 24 |

Scegliendo a caso un alunno, qual è la probabilità che abbia ottenuto giudizio buono nella prova di tecnologia?

Gli alunni che hanno ottenuto buono nelle prove di tecnologia sono $2+3+1=6$. I casi favorevoli sono quindi 6. la probabilità è $p = 6/24 = 1/4$

L'insegnante propone anche di esprimere il valore in formato percentuale:

$$P = 1/4 = 1:4 = 0,25 = 25\%$$

Scegliendo a caso un alunno, qual è la probabilità che abbia ottenuto ottimo in entrambe le prove?


Osserviamo che all'incrocio delle caselle ottimo in tecnologia e ottimo in matematica c'è solo uno studente.

$$P = 1/24$$

L'insegnante propone anche di esprimere il valore in formato percentuale:

$$P = 1/24 = 0,417 = 41,7\%$$

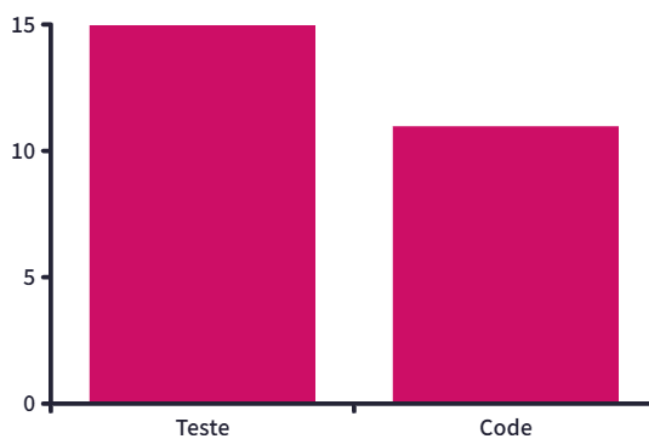
Soluzione D2 (prima parte): Ogni allievo ha a disposizione una moneta e la lancia ripetutamente raccogliendo gli esiti sulla scheda, facendo ogni volta una crocetta in una tabella a due colonne: “testa” o “croce”.

| | | |
|---|-------|-----------------------------|
|  | testa | x x x x x x x x x x x x x x |
| | croce | x x x x x x x x x x |

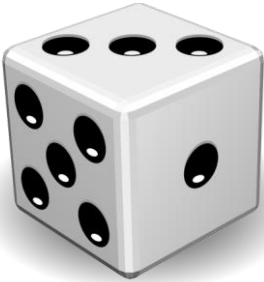
Si contano le frequenze e si rappresenta graficamente. Le rappresentazioni risulteranno differenti a seconda degli esiti.



| Valore | Frequenza |
|--------|-----------|
| Teste | 15 |
| Code | 11 |

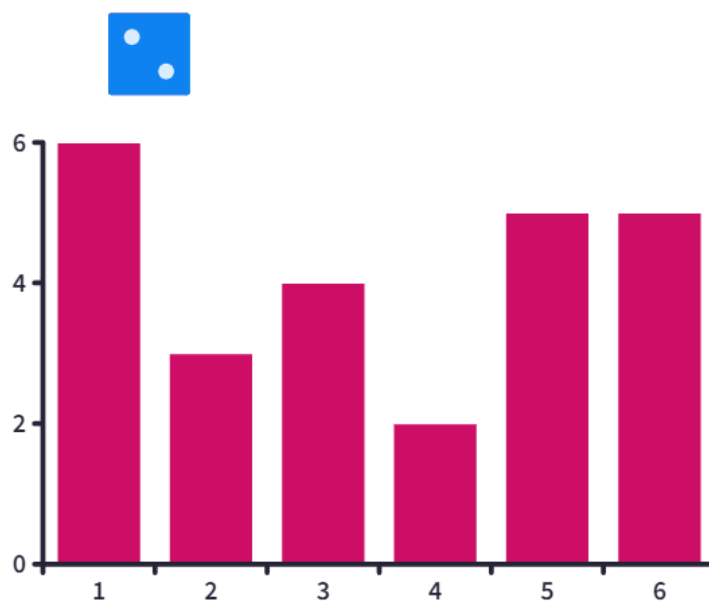


Ogni allievo ha a disposizione una dado e lo lancia ripetutamente raccogliendo gli esiti su un foglio, facendo ogni volta una crocetta in una tabella sulle colonne con i vari punteggi “1”, “2”, “3”, “4”, “5”, “6”:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|  | 1 | x | x | x | x | | | | | |
| | 2 | x | x | | | | | | | |
| | 3 | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| | 4 | x | x | | | | | | | |
| | 5 | x | x | x | x | | | | | |
| | 6 | x | x | x | x | | | | | |

Si contano le frequenze e si rappresenta graficamente. Le rappresentazioni risulteranno differenti a seconda degli esiti.

| Value | frequenza |
|-------|-----------|
| 1 | 6 |
| 2 | 3 |
| 3 | 4 |
| 4 | 2 |
| 5 | 5 |
| 6 | 5 |



La conclusione è che se una moneta (o un dado) non è truccata, ci aspettiamo che, prima di effettuare l'esperimento, gli esiti dei lanci siano ugualmente possibili quindi $\frac{1}{2}$ di probabilità per l'uscita testa e $\frac{1}{2}$ per l'uscita croce (probabilità a priori o classica); quando facciamo un esperimento questo non è detto che accada perché il caso ci mette lo zampino. Solo con un grandissimo numero di lanci, i valori ottenuti si avvicinano al valore stimato prima di procedere con l'esperimento, come dovrebbe mostrare l'attività "Mettiamo insieme i nostri dati"

Soluzione D2 (seconda parte): "Mettiamo insieme i nostri dati"

L'insegnante raccoglie in una nuova tabella sulla LIM gli esiti dei lanci dei bambini, ottenendo un congruo numero di dati tale da permettere di concludere insieme che approssimativamente vi è un numero simile di crocette sotto ogni colonna (testa e croce). Il docente apre una discussione con domande come "Cosa significa, secondo voi?", "Vi aspettavate questo risultato?".

La stessa attività può essere ripetuta con un dado, registrando gli esiti dei lanci di nuovo in una tabella a due colonne rispetto agli eventi esce un "pari" o "dispari".

Se si vuole indagare quante volte può uscire un certo numero in una grande quantità di lanci di un dado, un altro esperimento, potrebbe essere la registrazione delle uscite di ciascuno dei 6 numeri in altrettante colonne. Anche in questo caso, è importante lasciare gli allievi liberi di spiegare perché secondo loro si ottiene il risultato emerso.

4. Fase di Pratica guidata

Tempo previsto: 60 minuti

| <i>Cosa fa l'insegnante</i> | <i>Cosa fanno gli allievi</i> |
|---|---|
| Propone esercizi di consolidamento. Gli esercizi proposti si collegano a quelli precedenti, procedendo gradualmente verso consegne più complesse. | Lavorano singolarmente in classe per applicare la soluzione paradigmatica proposta dall'insegnante nella fase di Generalizzazione. Possono aiutarsi nelle soluzioni manipolando materiali concreti. |
| Aiuta gli allievi nello svolgere gli esercizi e fornisce feedback personalizzato nel caso insorgano difficoltà. | Ascoltano il feedback dell'insegnante e lo incorporano nelle loro soluzioni. |
| Introduce eventi più complessi e spiega come calcolare la probabilità mediante tabelle e grafi | Lavorano a coppie in classe per applicare quanto appreso |

Esercizi di consolidamento per la pratica guidata:

1. L'insegnante prepara sulla cattedra una moneta, un dado ed in una ciotola alcuni oggetti (i premi) e propone ai bambini il seguente gioco:

“Ognuno di voi partecipa al gioco una volta e può scegliere se lanciare una moneta oppure un dado a 6 facce (e mostra i due oggetti ai bambini). Si vince un premio se lanciando una moneta esce testa (si perde se esce croce) oppure se lanciando un dado esce il 6 (si perde se esce un numero diverso). Ogni bambino deve scegliere tra la moneta o il dado.”

2. Considera due dadi non truccati:



a) Secondo te lanciando i due dadi una volta, la probabilità che la somma dei punteggi dei due dadi sia 12 è minore della probabilità che la somma dei punteggi sia 3?

3. Hai a disposizione due dadi: quanti i possibili punteggi che si ottengono dal lancio di due dadi?

Discutine in classe e poi verifica le conclusioni della discussione completando la seguente tabella a doppia entrata (scoprirai tutti i possibili esiti del lancio di due dadi)

| Esiti dado 1 / Esiti dado 2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----------------------------|---|---|---|---|----|---|
| 1 | 2 | 3 | | | 6 | 7 |
| 2 | | | | | | |
| 3 | 4 | | | 7 | | |
| 4 | 5 | | | | | |
| 5 | | | | | 10 | |
| 6 | 7 | 8 | | | | |

Lanciando due dadi qual è la somma di punteggi con più alta probabilità di verificarsi? Rispondi, aiutandoti con la tabella

4. Anna lancia una moneta non truccata due volte. Rispondi:

Qual è la probabilità che esca Testa in entrambi i lanci? Perché?

Qual è la probabilità che escano due facce uguali? Perché?

Osservazione: l'insegnante mostra il grafo ad albero come ulteriore strumento per rappresentare l'esperimento. La spiegazione sul file con le soluzioni

5. In un gioco si lancia una moneta e poi un dado e si vince se escono testa e uno tra i numeri 1,3, o 5. Quali sono i casi possibili? Qual è la probabilità di vincere?

6. Probabilità con Polypad

Usa due dadi in Polypad, Quindi, conduci un esperimento probabilistico lanciando due dadi molte volte (almeno 25) e falli tubulare. Con il comando grafico crea un grafico a barre. Cosa noti?

<https://it.mathigon.org/polypad/9Mh9VBmM2alxBA><https://it.mathigon.org/polypad/EPwZNeKUxkWJww>

Sulla LIM l'insegnante registra in una tabella gli esiti degli esperimenti di tutti gli alunni. Da diagramma a barre dovrebbe risultare che il punteggio più frequente è il 7

5. Fase di Pratica indipendente

Tempo previsto: 45 minuti

| <i>Cosa fa l'insegnante</i> | <i>Cosa fanno gli allievi</i> |
|---|---|
| Propone problemi progressivamente più astratti, pensati per la pratica indipendente. | Gli allievi svolgono gli esercizi a casa o in momenti pomeridiani di doposcuola, meglio singolarmente. Se dovessero avere problemi nello svolgerli singolarmente, possono svolgerli a coppie. Deve comunque essere chiaro per l'allievo che il suo obiettivo è quello di arrivare a risolverli da solo, in piena autonomia. |
| Nell'incontro successivo dà un feedback sui prodotti degli allievi durante la pratica indipendente e se necessario predispone ulteriori percorsi di consolidamento. | Ascoltano il feedback dell'insegnante e riprovano a svolgere gli esercizi sulla base dei suggerimenti ricevuti. |

Esercizi di consolidamento

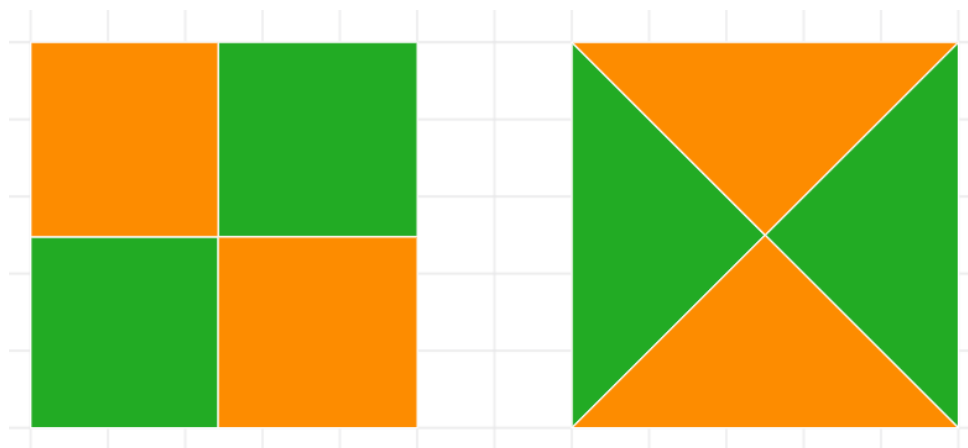
1. Considera le carte al link :

https://docs.google.com/document/d/1OX4sVFx4QUQ5pg3YMr_eXRn2DJIEPM2mIHW7Q04A88w/edit?usp=sharing

Cosa puoi dire delle affermazioni in ciascuna delle carte? Condividi le tue riflessioni con i compagni.

2. Il gioco delle freccette

Marco e Paolo si sfidano al lancio delle freccette avendo a disposizione due grandi bersagli quadrati come i seguenti:



Si vince se la freccetta colpisce l'area arancione

Marco sceglie il bersaglio 2 in quanto ritiene più ampia l'area arancione che permette di vincere. Paolo non è convinto. Secondo te chi ha ragione? Puoi spiegare perché?

3. Alcuni bambini giocano con un dado non truccato. Vince chi ha scommesso sul numero che è uscito più volte in 20 lanci. Dopo ogni lancio l'esito viene segnato con una crocetta in tabella. Dopo 17 lanci la situazione è la seguente



| NUMERO | |
|--------|-----------|
| 1 | X X X |
| 2 | X X |
| 3 | X X X |
| 4 | X X X X X |
| 5 | X |
| 6 | X X X |

- Adele dice che è inutile continuare a giocare, tanto chi ha scommesso sul 4 ha già vinto. Adelle ha ragione o torto?
- Al diciottesimo lancio quale numero ha maggiore probabilità di uscire?

4. Due urne A e B contengono ciascuna tre palline numerate con i numeri 1,2,3. Elena estrae una pallina dalla prima urna, e poi una pallina dalla seconda urna. Quali sono tutti i possibili esiti delle due estrazioni? Fra tutti i punteggi che ottieni sommando i valori riportati sulle palline estratte dall'urna A e dall'urna B, qual è la più probabile? Qual è la probabilità?

5. Luca lancia tre monete non truccate



Quali sono i possibili esiti?

Qual è la probabilità che escano tre teste?

Qual è la probabilità che escano due teste, indipendentemente dall'ordine?

Soluzioni degli esercizi delle fasi di Pratica Guidata e di Pratica indipendente
<https://docs.google.com/document/d/1NfW06EaCEp7THwQvMdM-KiesSw2lvdulilRjPzHtmHc/edit?usp=sharing>

Alcune idee sono state prese dal sito <https://www.gestinv.it/>